

Prüfungsaufgabe 2003 - I

Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Bruchgleichung an und ermitteln sie deren Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{18}{2x-3} + \frac{3}{3-2x} = 5$$

Definitionsbereich der Gleichung

Der Nenner des Bruches darf nicht 0 sein, denn das ist mathematisch nicht definiert. Man muss also diejenigen Zahlen ausschließen, bei denen der Nenner 0 ergibt.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1,5; -1,5\}$$

Bei den Zahlen 1,5 für den ersten Nenner und -1,5 für den zweiten Nenner, ist der Nenner 0. Diese Zahlen dürfen also bei dieser Gleichung nicht verwendet werden.

Lösungsmenge der Gleichung

1. Mit dem Hauptnenner multiplizieren	$\frac{18}{2x-3} + \frac{3}{3-2x} = 5 \quad / \cdot (2x-3)(3-2x)$
2. Kürzen	$\frac{18(2x-3)(3-2x)}{2x-3} + \frac{3(2x-3)(3-2x)}{3-2x} = 5(2x-3)(3-2x)$
3. Klammer ausmultiplizieren	$\begin{aligned} 18(3-2x) + 3(2x-3) &= 5[6x-4x^2-9+6x] \\ 54 - 36x + 6x - 9 &= 30x - 20x^2 - 45 + 30x \\ 45 - 30x &= 60x - 20x^2 - 45 \end{aligned}$
4. Zusammenfassen	$\begin{aligned} 20x^2 - 90x + 90 &= 0 \quad / : 20 \\ x^2 - 4,5x + 4,5 &= 0 \end{aligned}$
5. Lösungsformel	$\begin{aligned} x_{1/2} &= -p \pm \sqrt{p^2 - q} \\ x_{1/2} &= 2,25 \pm \sqrt{2,25^2 - 4,5} \\ x_{1/2} &= 2,25 \pm 0,75 \\ \underline{x_1} &= \underline{3} \\ \underline{x_2} &= \underline{1,5} \\ L &= \{3; 1,5\} \end{aligned}$