

Übungsblatt: Volumen – Pyramiden – zusammengesetzte Körper

Eine Firma für Haushaltswaren fertigt einen Fleischhämmer. Eine zylinderförmige Ausbohrung auf einer Seite des Hammerkopfes ist für die Aufnahme des Stiels vorgesehen. Auf den beiden gegenüber liegenden Klopfflächen befinden sich gleiche gerade Pyramiden mit quadratischer Grundfläche und einer Körperhöhe von 3 mm.

- Berechne das Volumen des Hammerkopfes.

Volumen Quader:

$$V = 80 \text{ mm} * 49 \text{ mm} * 49 \text{ mm} = 192080 \text{ mm}^3$$

Volumen Ausbohrung:

$$V = (15 \text{ mm} : 2)^2 * 3,14 * 49 \text{ mm} = 8654,62 \text{ mm}^3$$

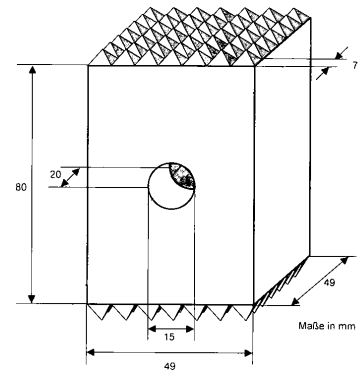
Volumen Pyramiden: 98 kleine Pyramiden

$$V = 7 \text{ mm} * 7 \text{ mm} * 3 \text{ mm} : 3 * 98 = 4802 \text{ mm}^3$$

Gesamtvolumen:

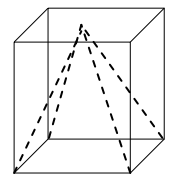
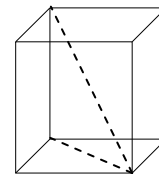
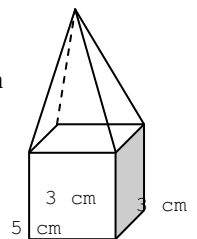
$$V = 192080 \text{ mm}^3 - 8654,62 \text{ mm}^3 + 4802 \text{ mm}^3 = 188227,4 \text{ mm}^3 \quad 188 \text{ cm}^3$$

- Berechne die Masse des massiven Hammerkopfes, wenn er aus Buchenholz (Dichte: $\rho = 0,7 \text{ g/cm}^3$) gefertigt wird.
 $M = 0,7 \text{ g/cm}^3 * 188 \text{ cm}^3 = 131,6 \text{ g}$
- Wie groß ist das Volumen eines gleich schweren Hammerkopfes aus massivem Aluminium (Dichte: $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$)
 $131,6 \text{ g} = 2,7 \text{ g/cm}^3 * V \quad V = 48,74 \text{ cm}^3$



Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Prisma und einer Pyramide. Die quadratischen Grundflächen beider Teilkörper sind gleich groß. Das Prisma hat eine Körperhöhe von 5 cm. Die Länge der Grundkante beträgt 3 cm. Das Volumen der Pyramide ist halb so groß wie das Volumen des Prismas.

- Fertige eine Skizze an und trage die gegebenen Maße ein.
- Berechne die Körperhöhe der Pyramide.
 $V_{\text{Pyr}} = 0,5 * V_{\text{Pri}} \quad 3 \text{ cm} * 3 \text{ cm} * h_{\text{Pyr}} : 3 = 0,5 * 3 \text{ cm} * 3 \text{ cm} * 5 \text{ cm}$
 $3 \text{ cm}^2 * h_{\text{Pyr}} = 22,5 \text{ cm}^3 \quad | : 3 \text{ cm}^2$
 $h_{\text{Pyr}} = 7,5 \text{ cm}$
- Berechne die Länge einer Raumdiagonale des Prismas.
 Pythagoras 1: Bodendiagonale $= \sqrt{((3 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2)} = 4,24 \text{ cm}$
 Pythagoras 2: Raumdiagonale $= \sqrt{((4,24 \text{ cm})^2 + (5 \text{ cm})^2)} = 6,56 \text{ cm}$



Ein Hartholzblock ist 1,20 m hoch und hat eine quadratische Grundfläche ($A = 64 \text{ dm}^2$). Aus ihm soll eine gerade Pyramide mit derselben Grundfläche und dem größtmöglichen Volumen geschnitten werden.

- Erstelle eine Gesamtskizze.
- Berechne das Gewicht der Pyramide (Dichte Holz: $\rho = 0,82 \text{ kg/dm}^3$)
 $M = 64 \text{ dm}^3 * 12 \text{ dm} : 3 * 0,82 \text{ kg/dm}^3 = 209,92 \text{ kg}$
- Die Mantelfläche der Pyramide soll geschliffen und poliert werden. Wie teuer kommt dies, wenn ein Quadratmeterpreis von 62 € in Rechnung gestellt wird?
 Höhe Dreieck (Mantel) $h = \sqrt{((4 \text{ dm})^2 + (12 \text{ dm})^2)} = 12,65 \text{ dm}$
 Fläche Dreieck (Mantel) $A = g * h : 2 = 8 \text{ dm} * 12,65 \text{ dm} : 2 = 50,6 \text{ dm}^2$
 Mantelfläche: $M = 4 * 50,6 \text{ dm}^2 = 202,4 \text{ dm}^2 = 2,024 \text{ m}^2$
 Kosten: $2,024 * 62 \text{ €} = 125,49 \text{ €}$

Eine Künstlerin vergoldet einen Briefbeschwerer, der die Form einer Pyramide hat, deren Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 6 cm ist. Die übrigen Kanten sind 13 cm lang. (Siehe Skizze)

Pro Quadratmeter der Oberfläche wird für das Vergolden 7,45 DM berechnet.

Was kostet das Vergolden?

Bodenfläche: $h = \sqrt{(6^2 - 3^2)} = 5,2 \text{ cm}$

$$A = 6 * 5,2 : 2 = 15,6 \text{ cm}^2$$

Seitenfläche: $h = \sqrt{(13^2 - 3^2)} = 12,7 \text{ cm}$

$$A = 6 * 12,7 : 2 = 38,1 \text{ cm}^2$$

Gesamtfläche: $A = 15,6 \text{ cm}^2 + 3 * 38,1 \text{ cm}^2 = 129,9 \text{ cm}^2$

Kosten: $129,9 * 7,45 \text{ DM} = 967,76 \text{ DM}$

