

# Lineare Funktion – wie mach ich was?

## Was ist eine lineare Funktion?

Eine Funktion, ist eine eindeutige Zuordnung: Zu jedem x-Wert gibt es genau einen y-Wert. Ist die Steigung der Funktion konstant, spricht man von einer linearen Funktion.

## Was ist die Steigung / das Steigungsdreieck?

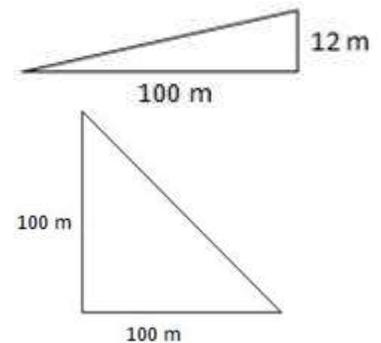
Die Steigung ist ein Maß für die Steilheit einer Geraden. Ist die Steigung positiv, steigt die Gerade nach rechts oben an. Ist die Steigung negativ, fällt die Gerade nach rechts unten. Oft ist es einfacher die Steigung als Bruch anzugeben, weil man dann die Maße für das Steigungsdreieck direkt ablesen kann.

Steigung  $12/100$  (12m/100m)

Steigungsangabe in Prozent (z.B. bei einem Verkehrsschild): 12 %

Steigung  $-100/100$  ( $-100\text{m}/100\text{m}$ )  $\rightarrow$  Steigung  $-1$

Steigungsangabe in Prozent (z.B. bei einem Verkehrsschild): 100 %



## Wie bestimme ich die Funktionsgleichung aus zwei Punkten?

Gegeben sind die zwei Punkte A  $(-6 | -7)$  und B  $(2 | 5)$ , welche auf der Funktion  $y_{(1)}$  liegen.

Grundform der linearen Funktion:  $y = mx + t$  ( $m \rightarrow$  Steigung und  $t \rightarrow$  Y-Achsenabschnitt)

Berechnung von  $m$  mit der Formel:  $m = (y_2 - y_1) : (x_2 - x_1)$

$$m = (5 - (-7)) : (2 - (-6))$$

Einsetzen der Koordinaten von A und B, wobei die Reihenfolge (welcher der Punkte ist Punkt1 / Punkt2) egal ist.

$$m = (5 - (-7)) : (2 - (-6)) = 1,5$$

Berechnung von  $t$ . Einsetzen der Koordinaten eines Punktes in die Funktionsgleichung mit dem bereits berechneten  $m$ .

$$y = mx + t$$

oder

$$y = mx + t$$

$$5 = 1,5 \cdot 2 + t$$

$$-7 = 1,5 \cdot (-6) + t$$

$$5 = 3 + t \quad | -3$$

$$-7 = -9 + t \quad | +9$$

$$2 = t$$

$$2 = t$$

Nun kann man die Funktionsgleichung anschreiben:  $y = 1,5x + 2$

## Wie bestimme ich die Funktionsgleichung aus dem Graphen?

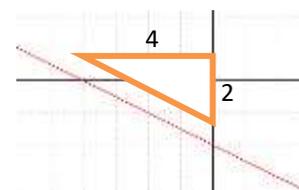
Die Funktion fällt nach rechts unten  $\rightarrow$  negative Steigung

Steigung:  $-2/4$  ( $-0,5$ )

Die grüne Funktion schneidet die Y-Achse beim Wert  $-2$

$$y = mx + t$$

$$y_{(\text{rot})} = -0,5x - 2$$



## Wie zeichne ich eine lineare Funktion?

Variante 1: Anlegen einer Wertetabelle für  $y = 0,5x + 2$  (die Werte von  $x$  in die Funktion einsetzen und  $y$  ausrechnen)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5

Koordinatenpaare als Punkte in ein Koordinatensystem eintragen und verbinden. Es genügen zwei Punkte um eine Gerade zu zeichnen, die anderen Punkte dienen der Kontrolle

Variante 2: Funktionsgleichung  $y = 0,5x + 2$

Der Graph schneidet die Y-Achse im Punkt  $(0|2)$ .

Die Steigung beträgt  $0,5$  → Graph steigt nach rechts oben von Punkt  $(0|2)$  aus

Steigung  $0,5$  als Bruch  $\frac{1}{2}$  → zwei Zentimeter von Punkt  $(0|2)$  aus nach rechts und ein Zentimeter hoch → zweiter Punkt der Funktion → einzeichnen

## Wie bestimme ich den Schnittpunkt einer linearen Funktion mit der Y-Achse?

Möglichkeit 1: Ablesen aus der Funktionsgleichung:  $y = 0,5x + 2$  →  $(0|2)$

Möglichkeit 2: Jeder Punkt auf der Y-Achse muss den X-Wert „0“ haben! Für  $x$  wird „0“ eingesetzt.

Einsetzen:  $y = 0,5 \cdot 0 + 2$   $y = 2$  →  $(0|2)$

## Wie bestimme ich den Schnittpunkt einer linearen Funktion mit der X-Achse?

Jeder Punkt auf der X-Achse hat den Y-Wert „0“. Für  $y$  nun „0“ einsetzen und dann nach  $x$  auflösen

$$\begin{aligned} y = 0,5x + 2 &\rightarrow 0 = 0,5x + 2 && | - 2 \\ -2 = 0,5x &&& | : 0,5 \\ x = -4 &&& \rightarrow (-4|0) \end{aligned}$$

## Wie bestimme ich den Schnittpunkt von zwei linearen Funktionen?

Vorüberlegung: Der Schnittpunkt der beiden Funktionen liegt auf beiden Funktionen.

Der Schnittpunkt muss also die gleichen Koordinaten haben, egal ob er auf Funktion  $y_{(1)}$  oder Funktion  $y_{(2)}$  liegt.

Daraus folgt, dass der Y-Wert des Schnittpunktes gleich ist, egal ob er auf  $y_{(1)}$  oder  $y_{(2)}$  liegt.

Rechnung: Man darf also die Funktionsgleichungen gleichsetzen und nach  $x$  auflösen.

$$\begin{aligned} y_{(1)} &= 0,5x + 2 && y_{(2)} &= -x - 1 \\ 0,5x + 2 &= -x - 1 && | + x \\ 1,5x + 2 &= -1 && | - 2 \\ 1,5x &= -3 && | : 1,5 \\ x &= -2 && \text{(dies ist der X-Wert des Schnittpunktes)} \end{aligned}$$

Einsetzen des berechneten X-Werts in eine der beiden Funktionsgleichungen:

$$\begin{aligned} y_{(1)} &= 0,5 \cdot (-2) + 2 \\ &= 1 && \text{(dies ist der Y-Wert des Schnittpunktes)} \\ &\rightarrow S(-2 | 1) && \text{(Kontrolle in Zeichnung)} \end{aligned}$$

### Wie bestimme ich mathematisch ob ein Punkt auf einer linearen Funktion liegt?

Wenn Punkt A und B auf der Funktion liegen, dann ist der Y-Wert des Punktes das Ergebnis der Funktionsgleichung, wenn man den X-Wert einsetzt.

Liegen die Punkte A(1|5) und B (6|8) auf der Funktion  $y_{(1)} = 1,5x - 1$  ?

$$\text{Punkt A (1|5)} \rightarrow y_{(1)} = 1,5 \cdot 1 - 1 \quad y_{(1)} = 0,5$$

$$0,5 \neq 5 \rightarrow \text{Punkt liegt nicht auf Funktion } y_{(1)}$$

$$\text{Punkt B (6|8)} \rightarrow y_{(1)} = 1,5 \cdot 6 - 1 \quad y_{(1)} = 8$$

$$8 = 8 \rightarrow \text{Punkt liegt auf Funktion } y_{(1)}$$

### Wie bestimme ich die Funktionsgleichung einer senkrecht zu einer anderen Funktion stehenden Funktion?

Es ist die Funktion  $f(x) : y = 2x - 1$  gegeben und eine Funktion  $g(x)$  soll senkrecht auf  $f(x)$  stehen und durch den Punkt C (5|6) gehen.

$$\text{Steigung } f(x) \quad m_{f(x)} = 2 = \frac{2}{1}$$

Wenn eine Funktion senkrecht auf einer anderen Funktion steht, dann beträgt die Steigung den negativen Kehrwert der ersten Funktion.

$$\text{Steigung } g(x) \quad m_{g(x)} = -\frac{1}{2}$$

Die Steigung der noch unbekanntes Funktion  $g(x)$  zusammen mit den Koordinaten von Punkt C in die Grundform der Funktionsgleichung einsetzen und nach t (Y-Achsenabschnitt) auflösen.

$$y = mx + t$$

$$6 = -\frac{1}{2} \cdot 5 + t$$

$$6 = -2,5 + t \quad | + 2,5$$

$$8,5 = t$$

Die Steigung (m) und den Y-Achsenabschnitt (t) in die Grundform der Funktionsgleichung einsetzen.

$$y = mx + t \quad \rightarrow g(x) : y = -\frac{1}{2}x + 8,5$$

### Wie bestimme ich die Funktionsgleichung einer parallel zu einer anderen Funktion laufenden Funktion?

Es ist die Funktion  $f(x) : y = 2x - 1$  gegeben und eine Funktion  $g(x)$  soll parallel zu  $f(x)$  laufen und durch den Punkt C (5|6) gehen.

Parallele Funktionen haben die gleiche Steigung!  $m_{f(x)} = 2 = m_{g(x)}$

Die Steigung der noch unbekanntes Funktion  $g(x)$  zusammen mit den Koordinaten von Punkt C in die Grundform der Funktionsgleichung einsetzen und nach t (Y-Achsenabschnitt) auflösen.

$$y = mx + t$$

$$6 = 2 \cdot 5 + t$$

$$6 = 10 + t \quad | - 10$$

$$-4 = t$$

Die Steigung (m) und den Y-Achsenabschnitt (t) in die Grundform der Funktionsgleichung einsetzen.

$$y = mx + t \quad \rightarrow g(x) : y = 2x - 4$$

### Wie bestimme ich den spitzen Winkel, in welchem eine Funktion die X-Achse schneidet?

Es ist die Funktion  $f(x) : y = 2x - 1$  gegeben.

Es wird die Umkehrfunktion des Tangens auf dem Taschenrechner genutzt und dabei die Steigung eingesetzt.

$$\tan^{-1}(2) = 63,43^\circ$$

### Kann ich meine Berechnungen zur linearen Funktion kontrollieren?

Wenn man alle Punkte und gegebenen und berechneten Funktionen in ein geeignetes Koordinatensystem einzeichnet, kann man alle Ergebnisse überprüfen bzw. nachmessen.