Formelwissen Geometrie – Volumen - Pythagoras – Übung

Schreinermeister Kreativix hat sich ein neues Brettspiel überlegt. Das Spiel kann auf einem normalen Schachbrett (8 * 8 Felder, jedes Feld 2,5 cm * 2,5 cm groß) gespielt werden. Es werden blaue und gelbe Figuren in gleicher Anzahl benötigt. Alle Figuren des Spiels haben entweder eine quadratische oder eine runde Standfläche mit einer Seitenlänge bzw. einem Durchmesser von 2 cm (damit sie gut auf die Felder passen). Alle Spielfiguren sind 5 Zentimeter hoch.

Jeder Spieler hat 4 Quader-Figuren, 4 Zylinder-Figuren, 2 Kegel-Figuren, 2 Pyramiden-Figuren und 6 Dreiecksprismen-Figuren (gleichseitig).

1. Berechne das Volumen von jedem Spielfiguren-Typ.

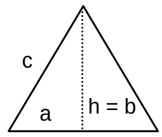
   Quader: $V = a * b * c = 2\ cm * 2\ cm * 5\ cm = 20\ cm^3$

   Zylinder: $V = r^2 * \P * h = 1\ cm^2 * \P * 5\ cm = 15{,}7\ cm^3$

   Kegel: $V = \frac{1}{3} * r^2 * \P * h = \frac{1}{3} * 1\ cm^2 * \P * 5\ cm = 5{,}2\ cm^3$

   Pyramide: $V = \frac{1}{3} * a * a * h = \frac{1}{3} * 2\ cm * 2\ cm * 5\ cm = 6{,}7\ cm^3$

   Dreiecksprisma: V = Grundfläche * Höhe

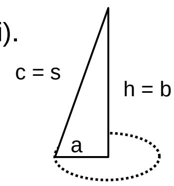
   

   Grundfläche G mit Pythagoras berechnen: $b = \sqrt{(c^2 - a^2)} = \sqrt{(4\ cm^2 - 1\ cm^2)} = \sqrt{3\ cm^2} = 1{,}7\ cm$

   $G = 2\ cm * 1{,}7\ cm : 2 = 1{,}7\ cm^2$

   $V = 1{,}7\ cm^2 * 5\ cm = 8{,}5\ cm^3$

2. Welche Fläche muss bei jedem Spielfigurentyp gestrichen werden? (Standfläche bleibt frei).

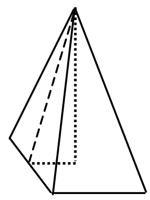
   Quader: $A = M + G = 2\ cm * 5\ cm * 4 + 2\ cm * 2\ cm = 40\ cm^2 + 4\ cm^2 = 44\ cm^2$

   Zylinder: $M = U * h = d * \P * h = 2\ cm * \P * 5\ cm = 31{,}4\ cm^2$

   Kegel: $M = r * s * \P \rightarrow c = \sqrt{(a^2 + b^2)} = \sqrt{(1\ cm^2 + 25\ cm^2)} = 5{,}1\ cm = s$

   $M = 1\ cm * 5{,}1\ cm * \P = 16\ cm^2$

   Pyramide: M = 4 * Dreiecksfläche

   Dreiecksfläche: Grundseite * Höhe : $2 = 2\ cm * \sqrt{(1\ cm^2 + 25\ cm^2)} : 2$

   $= 2\ cm * 5{,}1\ cm : 2 = 5{,}1\ cm^2$

   $M = 4 * 5{,}1\ cm^2 = 20{,}4\ cm^2$

   Dreiecksprisma: $A = M + G = (2\ cm + 2cm + 2cm) * 5\ cm + 1{,}7\ cm^2 = 31{,}7\ cm^2$

3. Auf die Standflächen G wird Filz geklebt. Wie viel Filz ist jeweils nötig?

   Quader: $G = 2\ cm * 2\ cm = 4\ cm^2$

   Zylinder: $G = 1\ cm^2 * \P = 3{,}14\ cm^2$

   Kegel: $G = 1\ cm^2 * \P = 3{,}14\ cm^2$

   Pyramide: $G = 2\ cm * 2\ cm = 4\ cm^2$

   Dreiecksprisma: $G = 2\ cm * 1{,}7\ cm : 2 = 1{,}7\ cm^2$

4. Wie viel Filz ist für das gesamte Spiel (blau und gelb) nötig, wenn eine Verschnittmenge von 100 Prozent zu erwarten ist.

   $(8 * 4\ cm^2 + 8 * 3{,}14\ cm^2 + 4 * 3{,}14\ cm^2 + 4 * 4\ cm^2 + 12 * 1{,}7\ cm^2) * 2 = 106{,}08\ cm^2 * 2 = 212{,}2\ cm^2$

5. Berechne das Holzvolumen, das für ein komplettes Spielfigurenset (blau und gelb) nötig ist.

   $8 * 20\ cm^3 + 8 * 15{,}7\ cm^3 + 4 * 5{,}2\ cm^3 + 4 * 6{,}7\ cm^3 + 12 * 8{,}5\ cm^3 = 435{,}2\ cm^3$

6. Da es zu Verschnitt kommt, ist auf das Ergebnis von Aufgabe 5 ein Aufschlag von 60 Prozent für die Holzbeschaffung zu berechnen.

   $100\ \% \triangleq 435{,}2\ cm^3$

   $160\ \% \triangleq X \quad \rightarrow X = 160 * 435{,}2 : 100 = 696{,}3\ cm^3$

7. Welche Kantenlänge hätte ein Würfel mit dem in Aufgabe 6 berechneten Volumen?

   3 – 5 cm   **<u>5 – 10 cm</u>**   10 – 15 cm   15 – 20 cm

8. Welche Fläche muss jeweils für ein Spiel in gelb bzw. blau gestrichen werden?

   $4 * 44\ cm^2 + 4 * 31{,}4\ cm^2 + 2 * 16\ cm^2 + 2 * 20{,}4\ cm^2 + 6 * 31{,}7\ cm^2 = 564{,}6\ cm^2$ in gelb/blau

9. Mit einer Dose Farbe kann man ca. 4 m² streichen. Wie viele Spiele kann Meister Kreativix mit je einer Dose blau und gelb streichen?

   $4\ m^2 = 100\ cm * 400\ cm = 40000\ cm^2 \rightarrow 40000\ cm^2 : 564{,}6\ cm^2 = 70{,}85 \rightarrow$ Es können 70 Spiele mit einer Dose gestrichen werden, wenn man keinerlei Arbeitsverlust hat.